

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΧΑΡΙΛΑΟΣ Ν. ΨΑΡΑΥΤΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ Ι (7^ο ΕΞΑΜΗΝΟ)
ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ 17/02/2009
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: 4
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΒΑΘΜΟΣ: 101

Απαντήστε πλήρως σε όλες τις ερωτήσεις για να πάρετε πλήρη βαθμό. Ελλιπείς η/και δυσνόητες απαντήσεις συνεπάγονται μείωση του βαθμού. Επιτρέπονται οι πάσης φύσεως σημειώσεις, αλλά η συνεργασία απαγορεύεται.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1 (25 μονάδες)

Παραγωγική διαδικασία με 3 πόρους και 2 προϊόντα έχει τις εξής συναρτήσεις παραγωγής:

$$F = 3ab + 4bc + 5ac$$

$$G = 2A^2B^2 + 3B^2C^2 + 4A^2C^2$$

οπου οι 3 πόροι διέπονται από τις εξής σχέσεις:

$$a+A = 10$$

$$b+B = 15$$

$$c+C = 20$$

Αποφανθείτε αν η κατανομή $a=5$, $b=5$, $c=10$ είναι αποδοτική (ναι η όχι και γιατί). Εάν δεν είναι, βρείτε μια κατανομή που είναι.

ΛΥΣΗ

Οι οριακές παραγωγικότητες είναι:

$$\partial F/\partial a = 3b+5c$$

$$\partial F/\partial b = 3a+4c$$

$$\partial F/\partial c = 4b+5a$$

$$\partial G/\partial A = 4AB^2 + 8AC^2$$

$$\partial G/\partial B = 4BA^2 + 6BC^2$$

$$\partial G/\partial C = 6CB^2 + 8CA^2$$

Για τις δοθεισες τιμες ($a=5$, $b=5$, $c=10$, αρα $A=5$, $B=10$, $C=10$), ελεγχουμε εαν ισχυει η ισοοριακη συνθηκη, και συγκεκριμενα εαν:

$$[\partial F/\partial a]/[\partial G/\partial A] = [\partial F/\partial b]/[\partial G/\partial B] = [\partial F/\partial c]/[\partial G/\partial C], \text{ η, εαν}$$

$$[3b+5c]/[4AB^2 + 8AC^2] = [3a+4c]/[4BA^2 + 6BC^2] = [4b+5a]/[6CB^2 + 8CA^2] \quad (1)$$

η, εαν

$$[15+50]/[2000+4000] = [15+40]/[1000+6000] = [20+25]/[6000+2000]$$

η, εαν

$$65/6000 = 55/7000 = 45/8000, \text{ το οποιο δεν ισχυει.}$$

Αρα η κατανομη αυτη δεν ειναι αποδοτικη.

Για να βρουμε μια κατανομη που ειναι αποδοτικη (υπαρχουν προφανως πολλες), πρεπει αφ' ενος μεν να ισχυει η (1), αφ' ετερου δε οι σχεσεις

$$a+A=10$$

$$b+B=15$$

$$c+C=20$$

Μια παρατηρηση εδω ειναι οτι εχουμε 5 εξισωσεις και 6 αγνωστους, αρα αν ορισουμε τον ενα αγνωστο (οποιονδηποτε), μπορουμε να βγαλουμε τους υπολοιπους 5.

Σαν παραδειγμα, εαν ορισουμε $c=10$, τοτε $C=10$ (οπως πριν), και η λυση για τις υπολοιπες μεταβλητες προσεγγιστικα βρισκεται ιση με

$$a=4,082$$

$$b=10,475$$

$$A=5,918$$

$$B=4,525$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2 (40 μονάδες)

Σε ένα μεταφορικό δίκτυο 2 πηγών (A,B) και 3 προορισμών (1,2,3) έχουμε τα εξής δεδομένα:

$$s_A = s_B = 19, d_1 = 9, d_2 = 21, d_3 = 8.$$

Ο πίνακας του κόστους c_{ij} είναι

	1	2	3
A	4	4	6
B	5	4	4

(α) (5 μονάδες) να βρεθεί η βέλτιστη λύση του προβλήματος (ελαχιστοποίηση του συνολικού μεταφορικού κόστους)

(β) (5 μονάδες) με όλα τα υπόλοιπα δεδομένα σταθερά και όπως ανωτέρω, πόσο κατ' ελάχιστο πρέπει να είναι το c_{B1} ώστε η λύση του (α) να παραμένει βέλτιστη;

(γ) (10 μονάδες) τι θα συμβεί εάν το c_{B1} πέσει 1 μονάδα πιο κάτω από την απάντηση στο (β);

(δ) (10 μονάδες) πάλι με όλα τα υπόλοιπα δεδομένα σταθερά και όπως αρχικά, ποια είναι η μέγιστη τιμή του c_{B3} ώστε η λύση του (α) να παραμένει βέλτιστη;

(ε) (10 μονάδες) τι θα συμβεί εάν το c_{B3} ανέβει 1 μονάδα πιο πάνω από την απάντηση στο (δ);

ΛΥΣΗ

(α) Βλεπουμε πρωτα οτι η ολικη προσφορα ειναι ιση με την ολικη ζητηση (=38). Ειναι τοτε ευκολο να αποδειχθει οτι η βελτιστη λυση δινεται απο τον εξης πινακα ρων x_{ij}

	1	2	3
A	9	10	0
B	0	11	8

Η λύση αυτή ικανοποιεί τη συνθήκη $FOB_i + c_{ij} - CIF_j \geq 0 \forall (i,j)$ άρα είναι βελτιστή.

Ο πίνακας που ακολουθεί δείχνει την τιμή της ποσότητας $FOB_i + c_{ij} - CIF_j$

	1	2	3
A	0	0	2
B	1	0	0

Εννοείται βεβαία ότι οι τιμές FOB & CIF (μία από τις οποίες ορίζεται αυθαίρετα, εστώ στο σημείο Α) ικανοποιούν τη σχέση

$$x_{ij} (FOB_i + c_{ij} - CIF_j) = 0 \forall (i,j)$$

Αν πχ $FOB_A = 10$, τότε ευκολά βγαίνει ότι
 $CIF_1 = CIF_2 = CIF_3 = 14$
και $FOB_B = 10$

(β) Στην ως ανω βελτιστή λύση, ροή από το Β στο 1 δεν υπάρχει. Αλλά θα μπορούσε ενδεχομένως να υπάρχει, εάν μειωθεί το κόστος c_{B1} , τόσο όσο χρειάζεται ώστε η ποσότητα $FOB_B + c_{B1} - CIF_1$ να γίνει < 0 .

Για να εξακολουθεί αυτή η ποσότητα να είναι ≥ 0 , πρέπει $10 + c_{B1} - 14 \geq 0$, άρα

$c_{B1} \geq 4$, άρα η ελάχιστη τιμή του c_{B1} είναι 4 (τώρα είναι στο 5).

(γ) Εάν τώρα $c_{B1} = 3$, τότε $FOB_B + c_{B1} - CIF_1 = -1 < 0$. Όλα τα άλλα δεν αλλάζουν, άρα θα πρέπει να υπάρξει ροή από το Β στο 1. Εστώ θ αυτή η ροή.

Είναι εύκολο να δει κανείς ότι η μέγιστη τιμή του θ είναι 9, οπότε μηδενίζεται η ροή από το Α στο 1. Αντιστοίχα, η ροή από το Α στο 2 θα αυξηθεί κατά θ , ενώ εκείνη από το Β στο 2 θα μειωθεί κατά θ . Ο νέος πίνακας ροών θα είναι

	1	2	3
A	0	19	0
B	9	2	8

Και είναι εύκολο να δει κανείς ότι η λύση αυτή είναι βελτιστή.

(δ) Η περίπτωση αυτή δεν είναι ακριβώς η συμμετρική της προηγούμενης, γιατί στη βελτιστή λύση της ερώτησης (α), ροή από το Β στο 3 υπάρχει και είναι ίση με 8. Θέλουμε να βρούμε τη μέγιστη τιμή του c_{B3} ώστε η λύση του (α) να παραμένει βέλτιστη.

Για να παρεμεινει βελτιστη η βελτιστη λυση του (α),
πρεπει $FOB_i + c_{ij} - CIF_j \geq 0 \forall (i,j)$.

Αν το μονο που αλλαζει εδω ειναι το c_{B3} , τοτε θα εχουμε (με αυτη τη σειρα):

$FOB_A=10$ (αυθαιρετα)
 $CIF_1=14$
 $FOB_B=10$
 $CIF_2=14$
 $CIF_3=10+c_{B3}$

Η μονη σχεση την οποια πρεπει να ελεγξουμε (ολες οι αλλες ικανοποιουνται) ειναι η $FOB_A + c_{A3} - CIF_3 \geq 0$, δηλ. $10 + 6 - 10 - c_{B3} \geq 0$, αρα $c_{B3} \leq 6$, αρα η μεγαστη τιμη του c_{B3} ειναι 6 (τωρα ειναι στο 4).

(3) Εαν τωρα $c_{B3}=7$, ειναι ευκολο να δει κανεις οτι θα πρεπει να υπαρξει ροη απο το Α στο 3, καθ' οσον $FOB_A + c_{A3} - CIF_3 = -1 < 0$. Εστω θ αυτη η ροη.

Αποδεικνυεται ευκολα οτι η μεγαστη τιμη του θ ειναι 8, και ο νεος πινακας ροων (ο οποιος και ειναι βελτιστος) ειναι

	1	2	3
A	9	2	8
B	0	19	0

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3 (30 μονάδες)

Εταιρία liner έχει το μονοπώλιο σε μια διαδρομή, στην οποία η συνάρτηση κόστους της είναι

$C(X) = 2X$
 όπου X είναι η μεταφορική ικανότητα που διαθέτει στη διαδρομή.

Η συνάρτηση προσφοράς του προϊόντος που μεταφέρει η εταιρία δίνεται από τη σχέση

$FOB = S^2$
 όπου FOB είναι η τιμή του προϊόντος στην πηγή
 και S είναι η προσφορά του προϊόντος.

Η δε συνάρτηση ζήτησης του προϊόντος δίνεται από τη σχέση

$CIF = 10.000/(D)^{1/2}$
 όπου CIF είναι η τιμή του προϊόντος στον προορισμό
 και D είναι η ζήτηση του προϊόντος.

Αν στόχος της εταιρίας είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους, να βρεθεί ο ναύλος που πρέπει να χρεώνει η εταιρία, οι τιμές FOB και CIF, καθώς και η μεταφερόμενη ποσότητα X του προϊόντος.

ΛΥΣΗ

Προφανως $X=S=D$ και $r=CIF-FOB$ (ναυλος)

$$\text{Κερδος } K = rX - C(X) = (10000/X^{1/2} - X^2)X - 2X = 10000X^{1/2} - X^3 - 2X$$

Παραγωγίζοντας και θετοντας = 0, λυνουμε ως προς $X = 19,43$ (περιπου), οποτε

FOB = 378

CIF = 2269

$r = 1891$

(περιπου)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4 (6 μονάδες)

Απαντήστε ΝΑΙ η ΟΧΙ, χωρίς εξήγηση. Σωστή απάντηση: +2 μονάδες. Λάθος απάντηση: -2 μονάδες.
Μη απάντηση: 0 μονάδες.

A. Η θεωρία του συγκριτικού πλεονεκτήματος λει οτι αν μια χώρα είναι πιο παραγωγική από μια άλλη, αυτή θα είναι και ο εξαγωγέας.

B. Η κινητικότητα στη ναυλαγορά bulk carriers είναι μεγαλύτερη εκείνης στη ναυλαγορά δεξαμενοπλοίων.

Γ. Η Ευρωπαϊκή Ένωση θεσμικά υποστηρίζει την ολιγοπωλιακή συμπεριφορά των κοινοπραξιών.

ΛΥΣΗ

A. ΟΧΙ

B. ΝΑΙ

Γ. ΟΧΙ